**№9- дәріс. Бір айнымалы функциялардың дифференциалдық есептеулері. Функцияның туындысы**

Айталық,  функциясы ****** нүктесінде және оның маңайында анықталған болсын.

***Анықтама.*** Аргумент -тің **нүктесіндегі өсімшесі деп ** айырмасын атайды*.*

***Анықтама.*** ** функцияның ** нүктесіндегі өсімшесі деп айырмасын айтады.

***Анықтама.*** Егер ** функциясы ** нүктесінің маңайында анықталған және  ** болса*,* онда ол** нүктесінде үзіліссіз деп аталады*.* Шындығында да  .

***Анықтама.***  ** функциясының  нүктесіндегі туындысы деп

**  ақырлы шегін айтады.

Бұл туынды мына символдардың бірімен белгіленеді:.

Егер **функциясының  интервалының әрбір нүктесінде туындысы болса, онда оны осы интервалда дифференциалданады дейді. Туындыны табу амалын дифференциалдау дейді.

***Теорема.*** Егер **функциясы **нүктесінде дифференциалданатын функция болса*,* онда ол бұл нүктеде үзіліссіз болады*.*

***Ескерту:*** теорема керісінше дұрыс емес.

## Туындының геометриялық мағанасы. Туындының геометриялық мағынасы: туындысы функциясының графигіне нүктесінде жүргізілген жанаманың бұрыштық коэффициенті болады. Осы жанаманың теңдеуін былай жазады: . Туындының механикалық мағынасы. Егер айнымалысын уақыт деп есептеп, − функциясы дененің жүрген жолын сипаттаса, онда дененің уақытындағы жылдамдығын білдіреді.

**Дифференциалдаудың негізгі ережелері.** Туындының анықтамасын пайдаланып, кейбір элементар (қарапайым) функциялардың туындыларын есептейміз.

1. Көрсеткішті функция  . Дербес жағдайда .

2. Тригонометриялық функциялар .

 Дәл осылай .

1. Дәрежелік функция . 

Дербес жағдайда, .

***Теорема 1.***(қосындыны, көбейтіндіні және қатынасты дифференциалдау ережелері). Егер **және ** дифференцианалданатын болса, онда бұл функциялардың қосындысы, көбейтіндісі және қатынасы да (қатынастың бөлімі ) осы нүктеде дифференцианалданады және мына формулалар орынды:

1.  2.  3. .

**Күрделі функцияның туындысы.**  функциялары үзіліссіз және дифференциалданатын функциялар болсын. Сонда күрделі  функциясының туындысы: . Сонымен .

***1−мысал.*** туындысын табу керек. Функцияны былай жазамыз , мұндағы . Сондықтан .

***2−мысал.***  туындысын табу керек. .

**Кері функцияның туындысы.**  және оған кері  функциялары  кесіндісінде үзіліссіз және дифференциалданатын болсын. Сонда кері функцияның туындысы: . Сонымен  болады.

***3−мысал.*** .

Мұнда . .

***4−мысал.*** .

Негізгі элементар функциялар туындыларының кестесі

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Осы кесте мен туындыны есептеу ережелерінің жәрдемімен кез келген функциялардың туындысын табуға болады.

# Параметр арқылы берілген функцияның туындысы. функциясын кейде параметрлік түрде жазған ыңғайлы болады

Онда  **.** Сонымен параметр арқылы берілген функцияның туындысы: 

***5−мысал.*** *,* табу керек. Шешімі: 

**Функцияның дифференциалы.** функциясының шектелген туындысы бар болсын, онда: , демек  шексіз аз шама.

Онда функцияның өсімшесі былай жазылады: . Осы теңдікте екінші қосылғыш , ке қарағанда жоғарғы ретті шексіз аз шама болғандықтан, бірінші қосылғыш ке эквивалентті шама болады.

***Анықтама.*** Функцияның туындысының аргументтің өсімшесіне көбейтіндісін дифференциал деп атайды және мына түрде жазады: . Дербес жағдайда, егер  болса, онда , осыдан  және осыны пайдаланып дифференциалдың формуласын былай жазуға болады: . Осыдан , яғни туынды функцияның дифференциалының аргумент дифференциалына бөлінген мәніне тең.

**Дифференциалды есептеу ережесі.** Айталық  және  дифференциалданатын функциялар болсын,

1. , мұндағы *с –*сан.
2. ,
3. , егер .
4. Егер **** функциясы  нүктесінде дифференциалданатын, ал ****  нүктесінде дифференциалданатын болса, онда күрделі функция үшін, . Бұл ережені ***бірінші дифференциал формасының инварианттығы*** деп атайды. Дифференциалды жуықтап есептеуге қолдануға болады. Айталық, функциясы дифференциалданатын болсын, онда оның өсімшесі:

, осыдан .

Егер  нүктесінде функцияның мәні берілсе, онда: .

***6−мысал.*** -ты жуықтап есепте. 

.

***Әдебиеттер:*** 1 нег.[211-238], 11 қос. [359-375], [377-385].

***Бақылау сұрақтар:***

1. Туындының анықтамасын келтіріңіз. Оның механикалық және геометриялық мағынасы қандай?

2. Кері функцияның туындысы туралы теорема. Кері тригонометриялық функцияларды дифференциалдау формулаларын жазыңыз.

3. Функцияның дифференциалының анықтамасын келтіріңіз. Жуықтап есептеуде

дифференциалдың қолдануы неге негізделген?